

НСОМ, Велико Търново,
13 май 2006

Група Б

Задача 1: Нека $f_1(x) = 2x^2 - 1$, $f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$. Намерете всички корени на уравнението $f_n(x) = 0$.

Задача 2: Дадени са точките: A(2,-1,2), B(1,0,-1), C(3,2,1), D(1,-1,0) и E(1,1,1). Да се намери обема на тялото ABCDE.

Задача 3: Дадена е функцията

$$f(x) = a_1 \operatorname{tg}(b_1 x) + a_2 \operatorname{tg}(b_2 x) + \dots + a_n \operatorname{tg}(b_n x)$$

където $n \in \mathbb{N}$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, а $a_i \in \mathbb{R}$ за $i = 1, 2, \dots, n$. Да се докаже, че ако съществува константа $C > 0$, за която е изпълнено неравенството $|f(x)| \leq C |\operatorname{tg} x| \forall x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, то

$$|a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n| \leq C$$

Време за работа: 4 часа

Журито пожелава успех на всички участници!